

Formelsammlung BMS

Alle Formeln und Konstanten für den
Basiskonntnistest — Chemie, Physik und
Mathematik in einer Übersicht. Zum Ausdrucken
und Danebenlegen.

181

Formeln gesamt

16

Konstanten

31

Chemie

70

Physik

64

Mathematik

Konstanten und Basiswerte

16 Formeln

NATURKONSTANTEN

Avogadro-Konstante

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Teilchen pro Mol; auch Loschmidt-Zahl

Universelle Gaskonstante

$$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

in der allgemeinen Gasgleichung und bei van 't Hoff

Erdbeschleunigung

$$g \approx 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

im MedAT oft auf 10 m/s² gerundet

Gravitationskonstante

$$G = 6,674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

im Gravitationsgesetz

Elementarladung

$$e \approx 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

kleinste frei vorkommende Ladung

Coulomb-Konstante

$$k \approx 8,987 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

im Coulomb-Gesetz

Plancksches Wirkungsquantum

$$h \approx 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

verknüpft Photonenenergie und Frequenz

Lichtgeschwindigkeit

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

im Vakuum, für alle elektromagnetischen Wellen gleich

Magnetische Feldkonstante

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

Permeabilität des Vakuums

TEILCHENMASSEN

Protonenmasse

$$m_p \approx 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

entspricht rund 1 u

Neutronenmasse

$$m_n \approx 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

minimal schwerer als das Proton

Elektronenmasse

$$m_e \approx 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

rund 1/2000 der Nukleonenmasse

STOFFWERTE, DIE IM TEST VORAUSGESETZT WERDEN

Molares Normvolumen

$$V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$$

ideales Gas bei 0 °C und 1013 hPa

Dichte von Wasser

$$\rho_{\text{Wasser}} \approx 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Maximum bei 4 °C (Dichteanomalie)

Ionenprodukt des Wassers

$$K_w = 10^{-14} \frac{\text{mol}^2}{\text{L}^2}$$

bei 25 °C

Spezifische Wärmekapazität von Wasser

$$c_{\text{Wasser}} = 4,18 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$$

ungewöhnlich hoch, deshalb guter Wärmespeicher

STOFFMENGE, MASSE UND KONZENTRATION

Stoffmenge

$$n = \frac{m}{M}$$

n Stoffmenge in mol · m Masse in g · M molare Masse in g/mol

Teilchenzahl

$$N = n \cdot N_A$$

N Anzahl Teilchen · n Stoffmenge in mol

Stoffmengenkonzentration

$$c = \frac{n}{V}$$

c in mol/L · n Stoffmenge · V Volumen der Lösung

Massenkonzentration

$$\beta = \frac{m}{V}$$

in g/L; nicht mit der Stoffmengenkonzentration verwechseln

Dichte

$$\rho = \frac{m}{V}$$

in kg/m³ oder g/cm³ · unabhängig von der örtlichen Schwerkraft

Verdünnungsgesetz

$$c_1 \cdot V_1 = c_2 \cdot V_2$$

die Stoffmenge bleibt beim Verdünnen gleich

ATOMBAU

Massenzahl

$$A = Z + N$$

A Massenzahl · Z Ordnungszahl (Protonen) · N Neutronenzahl

Maximale Elektronenzahl einer Schale

$$N_{\max} = 2n^2$$

n Schalennummer: K 2, L 8, M 18 Elektronen

GASE

Allgemeine Gasgleichung

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

p Druck in Pa · V Volumen · n Stoffmenge · T Temperatur in Kelvin

Gesetz von Gay-Lussac

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

bei konstantem Druck (isobar) · T immer in Kelvin

Kombinierte Gasgleichung

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{konstant}$$

aus ihr folgen alle drei Spezialfälle

Gesetz von Amontons

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

bei konstantem Volumen (isochor)

Gesetz von Boyle-Mariotte

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

bei konstanter Temperatur (isotherm)

Kelvin aus Celsius

$$T_K = \vartheta_{\text{C}} + 273,15$$

in jeder Gasgleichung zuerst umrechnen

CHEMISCHES GLEICHGEWICHT

Massenwirkungsgesetz

$$K = \frac{[C]^c \cdot [D]^d}{[A]^a \cdot [B]^b}$$

für $aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$ · Produkte oben, Edukte unten · Feststoffe und Lösungsmittel entfallen

Gleichgewichtskonstante aus den Geschwindigkeitskonstanten

$$K = \frac{k_{\text{hin}}}{k_{\text{rück}}}$$

im Gleichgewicht laufen Hin- und Rückreaktion gleich schnell

Reaktionsgeschwindigkeit

$$v = k \cdot [\text{Edukt}]^n$$

n Reaktionsordnung · k steigt mit Temperatur und mit Katalysator

Löslichkeitsprodukt

$$K = [A^{m+}]^a \cdot [B^{n-}]^b$$

für ein schwerlösliches Salz AaBb · nur die gelösten Ionen zählen

SÄUREN UND BASEN

Ionenprodukt des Wassers

$$K_w = [H_3O^+] \cdot [OH^-] = 10^{-14}$$

in reinem Wasser ist jede Konzentration 10^{-7} mol/L

pH-Wert

$$pH = -\log_{10}[H_3O^+]$$

eine pH-Stufe entspricht dem Faktor 10

pOH-Wert

$$pOH = -\log_{10}[OH^-]$$

analog zum pH für die Hydroxid-Ionen

Zusammenhang pH und pOH

$$pH + pOH = 14$$

bei 25 °C · reines Wasser hat pH = pOH = 7

Säurekonstante

$$K_S = \frac{[H_3O^+] \cdot [A^-]}{[HA]}$$

großes Ks bedeutet starke Säure

Gibbs-Helmholtz-Gleichung

$$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$$

$\Delta G < 0$ exergon (freiwillig) · $\Delta G = 0$ Gleichgewicht · $\Delta G > 0$ endergon

Freie Enthalpie und Gleichgewichtskonstante

$$\Delta G^\circ = -RT \cdot \ln K$$

großes K bedeutet Produktseite und negatives ΔG°

pKs-Wert

$$pK_S = -\log_{10} K_S$$

kleiner pKs = starke Säure · ab etwa 4 gilt eine Säure als schwach

Säure und konjugierte Base

$$pK_S + pK_B = 14$$

bei 25 °C · starke Säure, sehr schwache konjugierte Base

pH einer starken Säure

$$pH = -\log_{10} c_0$$

vollständige Dissoziation · 0,01 mol/L HCl ergibt pH 2

Konzentration bei schwacher Säure

$$[H_3O^+] = \sqrt{K_S \cdot c_0}$$

nur teilweise Dissoziation, deshalb die Wurzel

pH einer schwachen Säure

$$pH = \frac{1}{2} (pK_S - \log_{10} c_0)$$

logarithmierte Form der Wurzelformel

Henderson-Hasselbalch-Gleichung

$$pH = pK_S + \log_{10} \frac{[A^-]}{[HA]}$$

Puffergleichung · bei gleichen Konzentrationen ist pH = pKs

BEWEGUNG UND KRAFT

Geschwindigkeit

$$v = \frac{s}{t}$$

Durchschnittsgeschwindigkeit · s Weg · t Zeit

Beschleunigung

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

in m/s² · negativ beim Bremsen

Zweites Newtonsches Axiom

$$F = m \cdot a$$

dynamisches Grundgesetz · 1 N = 1 kg·m/s²

Gewichtskraft

$$F_G = m \cdot g$$

Masse bleibt überall gleich, die Gewichtskraft nicht

Gravitationsgesetz

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

doppelter Abstand bedeutet ein Viertel der Kraft

Reibungskraft

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

μ Reibungszahl · Haftreibung ist grösser als Gleitreibung

Hangabtriebskraft

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha$$

α Neigungswinkel der schiefen Ebene

Normalkraft auf der schiefen Ebene

$$F_N = F_G \cdot \cos \alpha$$

drückt den Körper gegen die Unterlage

ARBEIT, ENERGIE, LEISTUNG, IMPULS

Mechanische Arbeit

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

α Winkel zwischen Kraft und Weg · Halten allein ist keine Arbeit

Leistung

$$P = \frac{W}{t}$$

1 W = 1 J/s · Joule und Watt sind nicht ineinander umrechenbar

Kinetische Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$$

doppelte Geschwindigkeit bedeutet vierfache Energie

Potentielle Energie

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

Lageenergie im Schwerfeld

Energieerhaltungssatz

$$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \text{konstant}$$

im abgeschlossenen System ohne Reibung

Impuls

$$p = m \cdot v$$

vektorielle Grösse in kg·m/s · bleibt im abgeschlossenen System erhalten

Drehimpuls

$$L = I \cdot \omega$$

I Trägheitsmoment · rotatorisches Gegenstück zum Impuls

ROTATION

Drehmoment

$$M = F \cdot l \cdot \sin \alpha$$

maximal bei 90° zwischen Kraft und Hebelarm, dann M = F·l

Hebelgesetz

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

Gleichgewicht am zweiseitigen Hebel

Bahngeschwindigkeit

$$v = \omega \cdot r$$

aussen liegende Punkte sind schneller, die Winkelgeschwindigkeit bleibt gleich

Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = 2\pi f$$

in rad/s

Periodendauer und Frequenz

$$T = \frac{1}{f}$$

T in s · f in Hz

Zentripetalkraft

$$F_{zp} = \frac{mv^2}{r}$$

zeigt zur Kreismitte · die Zentrifugalkraft ist nur eine Scheinkraft

FLÜSSIGKEITEN UND GASE

Auftriebskraft (Archimedes)

$$F_A = \rho_{\text{Fluid}} \cdot g \cdot V_{\text{Körper}}$$

es zählt die Dichte des Fluids, nicht die des Körpers

Volumenstromstärke

$$Q = A \cdot v$$

A Querschnittsfläche · v Strömungsgeschwindigkeit

Kontinuitätsgleichung

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

enger Querschnitt bedeutet höhere Geschwindigkeit

Gesetz von Bernoulli

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{konstant}$$

wo die Strömung schneller ist, ist der statische Druck kleiner

Druck

$$p = \frac{F}{A}$$

1 Pa = 1 N/m² · 1 bar = 10⁵ Pa

SCHWINGUNGEN UND WELLEN

Hookesches Gesetz

$$F = -D \cdot s$$

D Federkonstante in N/m · das Minus zeigt die Rückstellrichtung

Rücktreibende Kraft am Fadenpendel

$$F_0 = F_G \cdot \sin \theta$$

für $\theta < 10^\circ$ gilt näherungsweise $\sin \theta \approx \theta$

Harmonische Schwingung

$$y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

y₀ Amplitude · φ Phasenwinkel

Gedämpfte Schwingung

$$y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi) \cdot e^{-\delta t}$$

die Amplitude nimmt ab, die Frequenz bleibt

Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle

$$c = \lambda \cdot f$$

beim Medienwechsel ändert sich λ, nicht f

Wellenzahl

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

in der Wellengleichung y(x,t) = y₀ · sin(kx - ωt + φ)

WÄRMELEHRE

Kelvin aus Celsius

$$T_K = \vartheta_C + 273,15$$

ein Unterschied von 1 K entspricht genau 1 °C

Wärmemenge

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

c spezifische Wärmekapazität in J/(kg·K)

Längenausdehnung

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T$$

α Längenausdehnungskoeffizient

Volumenausdehnung

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

bei Festkörpern gilt näherungsweise $\gamma \approx 3\alpha$

Erster Hauptsatz

$$\Delta U = Q - W$$

zugeführte Wärme erhöht die innere Energie, verrichtete Arbeit senkt sie

Zweiter Hauptsatz

$$\Delta S \geq 0$$

im abgeschlossenen System nimmt die Entropie nie ab

Carnot-Wirkungsgrad

$$\eta = 1 - \frac{T_{\text{kalt}}}{T_{\text{heiß}}}$$

theoretisches Maximum · Temperaturen in Kelvin

ELEKTRIZITÄT

Gesamtladung

$$Q = n \cdot e$$

n Anzahl der überschüssigen Ladungsträger

Coulomb-Gesetz

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

gleichnamige Ladungen stossen sich ab

Elektrische Feldstärke

$$E = \frac{F}{q}$$

in N/C beziehungsweise V/m

Feldstärke einer Punktladung

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2}$$

nimmt wie die Coulomb-Kraft quadratisch ab

Elektrische Spannung

$$U = \frac{W}{q}$$

1 V = 1 J/C · im homogenen Feld gilt U = E·s

Stromstärke

$$I = \frac{Q}{t}$$

1 A entspricht 1 C pro Sekunde

Ohmsches Gesetz

$$U = R \cdot I$$

Eselsbrücke URI · im U-I-Diagramm eine Gerade durch den Ursprung

Widerstand eines Leiters

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

länger oder dünner bedeutet mehr Widerstand

MAGNETISMUS

Magnetische Flussdichte

$$B = \mu \cdot H$$

μ = μ₀·μ_r · Einheit Tesla

Feldstärke einer Spule

$$H = \frac{N \cdot I}{l}$$

N Windungszahl · l Spulenlänge

Osmotischer Druck (van 't Hoff)

$$\pi = c \cdot R \cdot T$$

c Konzentration aller gelösten Teilchen

Leitfähigkeit

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Kehrwert des spezifischen Widerstands, Einheit S/m

Reihenschaltung

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + \dots$$

Strom überall gleich, Spannungen addieren sich

Parallelschaltung

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

immer kleiner als der kleinste Einzelwiderstand

Knotenregel (1. Kirchhoff)

$$\sum I_{\text{zu}} = \sum I_{\text{ab}}$$

folgt aus der Ladungserhaltung

Maschenregel (2. Kirchhoff)

$$\sum U = 0$$

Summe aller Spannungen in einer geschlossenen Masche

Elektrische Leistung

$$P = U \cdot I$$

daraus folgt auch P = R·I² und P = U²/R

Elektrische Arbeit

$$W = U \cdot I \cdot t$$

der Stromzähler misst genau diese Grösse in kWh

Effektivwert der Wechselspannung

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

230 V effektiv entsprechen rund 325 V Scheitelwert

Lorentzkraft auf eine Ladung

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta$$

θ Winkel zwischen Bewegung und Feldlinien

Lorentzkraft auf einen Leiter

$$F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \theta$$

l Länge des Leiterstücks im Feld

Magnetischer Fluss

$$\Phi = B \cdot A$$

Induktion tritt nur auf, wenn sich Φ ändert

OPTIK

Brechungsindex

$$n = \frac{c}{v}$$

immer ≥ 1 · Wasser rund 1,33, Glas 1,5 bis 1,9

Snelliussches Brechungsgesetz

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

ins dichtere Medium wird zum Lot hin gebrochen

Linsengleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

f Brennweite · g Gegenstandsweite · b Bildweite

Brechkraft

$$D = \frac{1}{f}$$

in Dioptrien, f in Metern · Sammellinse positiv,
Zerstreuungslinse negativ

ATOM- UND KERNPHYSIK

Photonenenergie

$$E = h \cdot f$$

kurze Wellenlänge bedeutet hohe Energie

Wellenlänge aus der Frequenz

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

für alle elektromagnetischen Wellen

Masse-Energie-Äquivalenz

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

erklärt den Massendefekt und die Energie aus Kernspaltung
und Fusion

Radioaktiver Zerfall

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

nach jeder Halbwertszeit ist die Hälfte übrig

Schwächung von Gammastrahlung

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$$

μ Schwächungskoeffizient · x Materialdicke

Mathematik

64 Formeln

POTENZEN UND WURZELN

Potenz mit Exponent null

$$x^0 = 1$$

für jede Basis ausser 0

Negativer Exponent

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

ergibt den Kehrwert

Multiplikation gleicher Basen

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

Exponenten addieren

Division gleicher Basen

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

Exponenten subtrahieren

Potenz einer Potenz

$$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$$

Exponenten multiplizieren

Wurzel als Potenz

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

Nenner ist der Wurzelexponent

Gleiche Exponenten

$$x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n$$

zuerst die Basen verrechnen, dann potenzieren

Wurzel aus einer Zehnerpotenz

$$\sqrt[n]{10^a} = 10^{\frac{a}{n}}$$

beim Wurzelziehen wird der Exponent halbiert

LOGARITHMUS

Definition

$$y = a^x \iff x = \log_a(y)$$

der Logarithmus fragt nach dem Exponenten

Logarithmus von eins

$$\log_b(1) = 0$$

weil $b^0 = 1$ für jede Basis gilt

Produktregel des Logarithmus

$$\log(x \cdot y) = \log x + \log y$$

Multiplikation wird zur Addition

Quotientenregel des Logarithmus

$$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$$

für $x > y > 0$ ist das Ergebnis positiv

Potenzregel des Logarithmus

$$\log(x^n) = n \cdot \log x$$

der Exponent wandert nach vorne

Halbwertszeiten bestimmen

$$t = \frac{\log(0,1)}{\log(0,5)}$$

Beispiel: Zeit bis auf 10 % der Ausgangsmenge, in Halbwertszeiten

PROZENT- UND SCHLUSSRECHNUNG

Prozentsatz

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100 \%$$

G Grundwert (100 %) · W Prozentwert

Grundwert

$$G = \frac{W \cdot 100}{p}$$

aus Prozentwert und Prozentsatz

Prozentwert

$$W = \frac{p \cdot G}{100}$$

aus Grundwert und Prozentsatz

Promille

$$p_{\text{‰}} = \frac{p}{1000}$$

Promillesatz durch 10 ergibt den Prozentsatz

Parts per million

$$1 \text{ ppm} = 10^{-6}$$

entspricht 1 µg pro Gramm

FLÄCHEN UND UMFÄNGE

Kreis

$$U = 2\pi r \quad A = \pi r^2$$

d = 2r · π ist Umfang durch Durchmesser

Kreisausschnitt

$$A_{\text{Teil}} = \frac{\text{Anteil}}{1} \cdot \pi r^2$$

Dreiviertelkreis also 0,75 · πr^2

Rechteck

$$U = 2a + 2b \quad A = a \cdot b$$

Quadrat als Sonderfall: U = 4a, A = a²

Parallelogramm

$$A = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

bei $\alpha = 90^\circ$ wird daraus wieder a · b

Trapez

$$A = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$$

a und c sind die beiden parallelen Seiten

Gleichseitiges Dreieck

$$h = \frac{a}{2} \sqrt{3} \quad A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

alle Winkel 60°

DREIECKSSÄTZE

Satz des Pythagoras

$$a^2 + b^2 = c^2$$

nur im rechtwinkligen Dreieck · c ist die Hypotenuse

Sinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

für beliebige Dreiecke

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

für den SWS-Fall: zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel

Innenwinkelsumme

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

im Viereck sind es 360°

KÖRPER

Prisma

$$V = G \cdot h \quad A_O = 2G + U \cdot h$$

G Grundfläche · U deren Umfang

Quader

$$V = a \cdot b \cdot c \quad A_O = 2(ab + ac + bc)$$

drei unterschiedliche Kantenlängen

Würfel

$$V = a^3 \quad A_O = 6a^2$$

Flächendiagonale $a\sqrt{2}$ · Raumdiagonale $a\sqrt{3}$

Zylinder

$$V = \pi r^2 h \quad A_O = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

Mantelfläche allein: $2\pi r h$

Kegel

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \quad M = \pi r s$$

Mantellinie s = $\sqrt{r^2 + h^2}$

Kugel

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad A_O = 4\pi r^2$$

nach r umgestellt: $r = \sqrt[3]{(3V/4\pi)}$

Pyramide

$$V = \frac{1}{3} G \cdot h \quad A_O = \frac{1}{2} U \cdot L + G$$

L schräge Höhe der Seitenflächen

Ähnliche Körper

$$V_{\text{neu}} = k^3 \cdot V_{\text{alt}}$$

alle Längen mal k · Flächen wachsen mit k²

TRIGONOMETRIE

Sinus

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

im rechtwinkligen Dreieck

Kosinus

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

am Einheitskreis die x-Koordinate

Tangens

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Polstellen bei 90° und 270°

Verschiebung um 90 Grad

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$$

Sinus und Kosinus sind phasenverschoben

Bogenmaß

$$\text{rad} = \alpha \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$$

voller Kreis 360° = 2π

Steigung aus dem Steigungswinkel

$$k = \tan \alpha$$

16 % Steigung bedeutet tan α = 0,16

Kleinwinkelnäherung

$$\sin \alpha \approx \alpha$$

nur für α < 10° und α im Bogenmaß

FUNKTIONEN

Lineare Funktion

$$f(x) = m \cdot x + c$$

m Steigung · c y-Achsenabschnitt

Steigung aus zwei Punkten

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Differenzenquotient

Verschobene Parabel

$$f(x) = m(x - d)^2 + c$$

d verschiebt in x-Richtung, c in y-Richtung

Exponentialfunktion

$$f(x) = e^x$$

geht durch (0|1) · Asymptote y = 0

Exponentieller Zerfall

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-kt}$$

radioaktiver Zerfall, Medikamentenabbau

DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG

Ableitung der Potenzfunktion

$$f(x) = x^b \Rightarrow f'(x) = b \cdot x^{b-1}$$

Exponent nach vorne, dann um 1 verringern

Ableitung der e-Funktion

$$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$$

sie ist ihre eigene Ableitung

Produktregel der Ableitung

$$(a \cdot b)' = a' \cdot b + a \cdot b'$$

für ein Produkt zweier Funktionen

Kettenregel

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

äußere mal innere Ableitung

Hoch- und Tiefpunkte

$$f'(x) = 0$$

am Wendepunkt gilt dagegen f''(x) = 0

Unbestimmtes Integral

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

Exponent erhöhen und durch den neuen teilen

Integral von 1 durch x

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

Sonderfall, die Potenzregel versagt hier

Bestimmtes Integral

$$A = F(x_2) - F(x_1)$$

Fläche unter der Kurve zwischen zwei Grenzen

VEKTORRECHNUNG

Betrag eines Vektors

$$|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

Pythagoras im Raum · auch der Abstand zweier Punkte

Addition und Subtraktion

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1, a_2 \pm b_2, a_3 \pm b_3)$$

komponentenweise · nur bei gleicher Dimension

Verbindungsvektor

$$\vec{AB} = B - A$$

Spitze minus Fuss

Skalarprodukt

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

Ergebnis ist eine Zahl, kein Vektor

Winkel zwischen zwei Vektoren

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

α liegt zwischen 0° und 180°

Orthogonalitätsbedingung

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \iff \alpha = 90^\circ$$

Skalarprodukt null bedeutet senkrecht

Kreuzprodukt

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1)$$

Ergebnis steht senkrecht auf beiden Vektoren